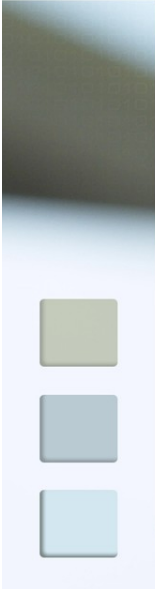


# Parametryzacja obrazu na potrzeby algorytmów decyzyjnych

Piotr Dalka

## Wprowadzenie

- 
- Z reguły nie stosuje się podawania na wejście algorytmów decyzyjnych bezpośrednio wartości pikseli obrazu
  - Obraz jest przekształcany w celu uwypuklenia pożądanych cech, a następnie obliczane są jego parametry
  - Parametry obrazu stanowią wejście dla algorytmów decyzyjnych

## Plan wykładu

- Przetwarzanie obrazu
  - Wygładzanie obrazu
  - Przekształcenia wykorzystujące pochodne
  - Wykrywanie krawędzi
- Parametry obrazu
  - Histogram koloru
  - Parametry statystyczne
  - Parametry statystyczne wyznaczone w oparciu o macierz współwystępowania

## Wygładzanie obrazu

- Stosowane jako wstępny etap analizy obrazu w celu usunięcia zakłóceń
- Wygładzanie realizowane jest za pomocą filtracji:
  - liniowej
    - filtr jednorodny
    - filtr trójkątny
    - filtr gaussowski
  - nieliniowej
    - filtr medianowy
    - filtr Kuwahary

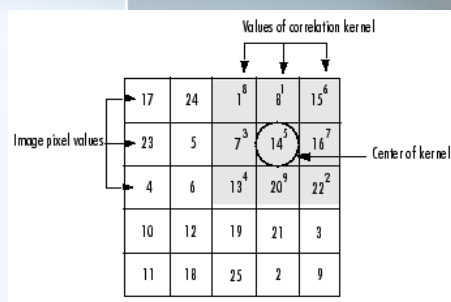
## Filtracja 2D

- Filtracja 2D – przestrzenne przekształcenie obrazu, w którym wartość każdego piksela obrazu wyjściowego jest obliczana na podstawie wartości pikseli w sąsiedztwie odpowiadającego mu piksela w obrazie wejściowym



## Filtry liniowe

- Filtracja liniowa – wartość piksela wyjściowego jest liniową kombinacją wartości pikseli w sąsiedztwie piksela wejściowego
- Filtracja liniowa – obliczana jako korelacja obrazu wejściowego z odpowiednim jądrem



- Wartość piksela (2,4):  
 $1 \cdot 8 + 8 \cdot 1 + 15 \cdot 6 + 7 \cdot 3 +$   
 $14 \cdot 5 + 16 \cdot 7 + 13 \cdot 4 +$   
 $20 \cdot 9 + 22 \cdot 2 = 585$

## Filtr jednorodny

- Wartość każdego piksela jest wyznaczana jako średnia wartość w jego najbliższym otoczeniu
- Wagi każdego piksela są identyczne i znormalizowane

$$h_{rect}[j,k] = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad h_{circ}[j,k] = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Rectangular filter ( $J=K=5$ )

(b) Circular filter ( $R=2.5$ )

## Filtr trójkątny

- Wartość każdego piksela jest wyznaczana jako ważona średnia wartość pikseli w jego najbliższym otoczeniu
- Powstaje jako splot dwóch filtrów jednorodnych
- Jego wagi są znormalizowane

$$h_{rect}[j,k] = \frac{1}{81} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad h_{circ}[j,k] = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(a) Pyramidal filter ( $J=K=5$ )

(b) Cone filter ( $R=2.5$ )

# Filtr gaussowski

- Parametrami filtru są wartości funkcji Gaussa
- Filtr 2D można traktować jako splot dwóch identycznych filtrów 1D (w płaszczyźnie pionowej i poziomej)

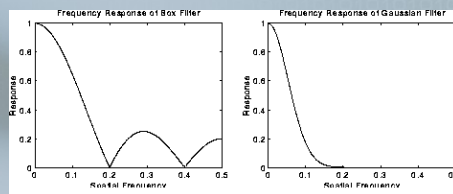
$$h(x,y) = g_{2D}(x,y) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right) \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \right) \\ = g_{1D}(x) \cdot g_{1D}(y)$$

- Przykładowe współczynniki filtru gaussowskiego 5x5 dla  $\sigma = 1.0$

	1	4	7	4	1
	4	16	26	16	4
$\frac{1}{273}$	7	26	41	26	7
	4	16	26	16	4
	1	4	7	4	1

# Filtr uśredniający a filtr gaussowski

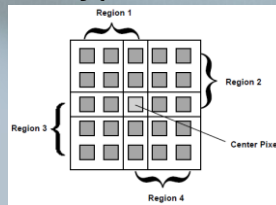
- Charakterystyka częstotliwościowa filtru uśredniającego (jednorodnego) oraz filtru gaussowskiego



- Filtr gaussowski charakteryzuje się monotonicznie malejącą odpowiedzią impulsową (w funkcji częstotliwości) przez co wprowadza znacznie mniejsze zniekształcenia w obrazie, szczególnie na krawędziach obiektów

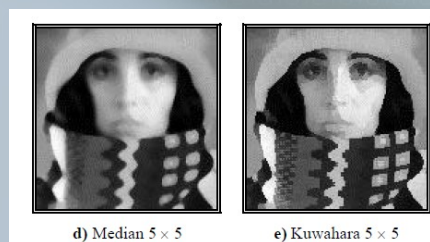
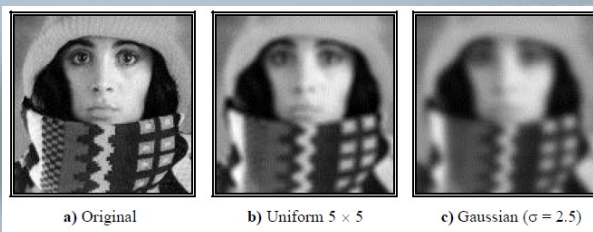
## Filtry nieliniowe

- Filtr medianowy – wartością wyjściową dla każdego piksela jest mediana wartości pikseli w jego sąsiedztwie
- Filtr Kuwahary – wartością wyjściową jest średnia wartość tego z czterech regionów, który charakteryzuje się najmniejszą wariancją



- Filtry nieliniowe w minimalnym stopniu zniekształcają kształty obiektów (zachowują krawędzie)

## Przykładowe wyniki wygładzania



## Plan wykładu

- Przetwarzanie obrazu
  - Wygładzanie obrazu
  - Przekształcenia wykorzystujące pochodne
  - Wykrywanie krawędzi
- Parametry obrazu
  - Histogram koloru
  - Parametry statystyczne
  - Parametry statystyczne wyznaczone w oparciu o macierz współwystępowania

## Pochodna obrazu

- Z matematycznego punktu widzenia, obliczenie takiej pochodnej nie jest możliwe (obraz to dyskretna funkcja współrzędnych przestrzennych będących liczbami całkowitymi)
- Algorytmy obliczania pochodnej stanowią jedynie przybliżenie rzeczywistej pochodnej

## Pochodna obrazu

- Pochodna jest obliczana dla osi poziomej  $x$ , pionowej  $y$  lub w dowolnym innym kierunku  $\theta$ :

$$[h_\theta] = \cos\theta \cdot [h_x] + \sin\theta \cdot [h_y]$$

- W wyniku obliczania pochodnej wzmocnieniu ulegają składowe wysokoczęstotliwościowe obrazu. Dlatego obliczaniu pochodnej zwykle towarzyszy jednocześnie jego wygładzanie

## Pochodna obrazu

- Gradient – pochodna pierwszego rzędu:
  - filtr podstawowy
  - filtr Prewitta
  - filtr Sobela
  - gradient z filtrowaniem gaussowskim
- Laplasjan – pochodna drugiego rzędu
  - filtr podstawowy
  - laplasjan
  - laplasjan z filtrowaniem gaussowskim



## Gradient (pierwsza pochodna)

- Filtr podstawowy

$$i) [\mathbf{h}_x] = [\mathbf{h}_y]^T = [1 \quad -1]$$

$$ii) [\mathbf{h}_x] = [\mathbf{h}_y]^T = [1 \quad 0 \quad -1]$$

- Filtr Prewitta – obliczana jest pochodna w jednym kierunku i jednocześnie dokonywane jest wygładzanie filtrem jednorodnym w drugim kierunku

$$[\mathbf{h}_x] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [1 \quad 0 \quad -1]$$

$$[\mathbf{h}_y] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot [1 \quad 1 \quad 1]$$

## Gradient (pierwsza pochodna)

- Filtr Sobela - obliczana jest pochodna w jednym kierunku i jednocześnie dokonywane jest wygładzanie filtrem trójkątnym w drugim kierunku:

$$[\mathbf{h}_x] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [1 \quad 0 \quad -1]$$

$$[\mathbf{h}_y] = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot [1 \quad 2 \quad 1]$$

- Gradient z wygładzaniem gaussowskim – obliczana jest pochodna z jednoczesnym zastosowaniem filtra gaussowskiego

## Gradient (pierwsza pochodna)

- Gradient wzdłuż osi poziomej



Filtr podstawowy

Filtr Sobela

Z wygładzaniem  
gaussowskim

## Laplasjan (druga pochodna)

- Filtr podstawowy

$$[h_{2x}] = [h_{2y}]^T = [1 \ -2 \ 1]$$

- Laplasjan – suma drugich pochodnych obrazu w obu wymiarach

$$[h] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

## Laplasjan (druga pochodna)

- Gradient drugiego stopnia z wygładzaniem gaussowskim – analogicznie jak dla pierwszej pochodnej
- Przykładowe wyniki:



Laplasjan



Z wygładzaniem Gaussowskim

## Plan wykładu

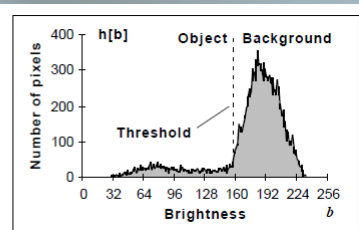
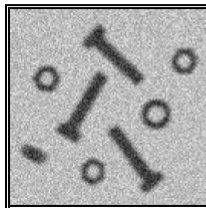
- Przetwarzanie obrazu
  - Wygładzanie obrazu
  - Obliczenie gradientu
  - Wykrywanie krawędzi
- Parametry obrazu
  - Histogram koloru
  - Parametry statystyczne
  - Parametry statystyczne wyznaczone w oparciu o macierz współwystępowania

## Wykrywanie krawędzi

- Znalezienie krawędzi w obrazie oznacza przekształcenie obrazu kolorowego lub w odcieniach szarości na obraz binarny, w którym wartości niezerowe odpowiadają krawędziom w obrazie oryginalnym.
- Oczekuje się, że znalezione krawędzie będą ciągłe i domknięte.
- Metody wykrywania krawędzi:
  - bazujące bezpośrednio na gradiencie
  - detektor Canny'a

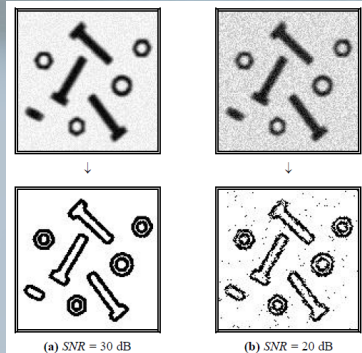
## Wykrywanie krawędzi bazujące na gradiencie

- Obliczany jest gradient obrazu, a następnie obraz jest konwertowany na binarny wg obliczonego progu; wartości gradientu powyżej progu traktowane są jako krawędzie obiektu.
- Próg może być zadany z góry lub wyznaczony na podstawie analizy histogramu, np.



## Wykrywanie krawędzi bazujące na gradientach

- Metoda jest skuteczna tylko w przypadku wysoko-kontrastowych obrazów
- Przykładowy wynik detekcji krawędzi z wykorzystaniem gradientu opartego o filtr Sobela.



## Detektor krawędzi Canny'a

- Powszechnie stosowany w algorytmach przetwarzania obrazu
- Nazywany „optymalnym” detektorem krawędzi
- Opracowany w taki sposób, aby spełniał trzy warunki:
  - wysoka skuteczność
  - dokładna lokalizacja
  - zminimalizowana szansa uzyskania zduplikowanych krawędzi

## Detektor krawędzi Canny'a

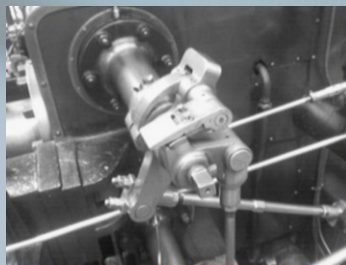
### ■ Etapy:

1. Wygładzanie obrazu
2. Wyznaczanie gradientu
3. Tłumienie pikseli nie będących lokalnym maksimum, uwzględniając kierunek gradientu
4. Konwersja obrazu na binarny przy wykorzystaniu dwóch progów i histerezy

## Detektor krawędzi Canny'a

### 1. Wygładzanie obrazu

- Zwykle stosowane jest filtr gaussowski w celu usunięcia szumu i zakłóceń



## Detektor krawędzi Canny'a

### 2. Wyznaczanie gradientu

- Obliczana jest pierwsza pochodna obrazu w osi poziomej  $G_x$  i pionowej  $G_y$  (operator Prewitta, Sobela itp.).
- Dla każdego piksela wyznaczany jest łączny gradient  $G$  oraz kierunek gradientu  $\Theta$ :

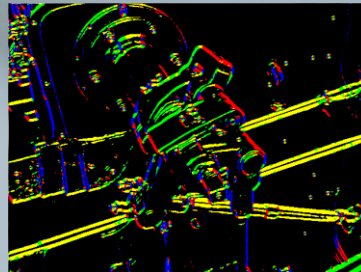
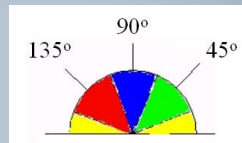
$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

$$\Theta = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

## Detektor krawędzi Canny'a

### 3. Tłumienie pikseli nie będących lokalnym maksimum

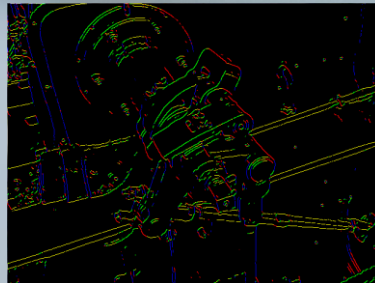
- Każdy kierunek gradientu  $\Theta$  jest zaokrąglany do jednej z czterech wartości (0, 90, 45 i 135) oznaczających cztery możliwe kierunki sąsiedztwa pikseli w obrazie.



## Detektor krawędzi Canny'a

### 3. Tłumienie pikseli nie będących lokalnym maksimum

- Dla każdego piksela: gradient  $G$  jest zerowany, jeśli jego wartość nie jest maksymalna w porównaniu z gradientami dwóch sąsiednich pikseli leżących na osi prostopadłej do kierunku gradientu



## Detektor krawędzi Canny'a

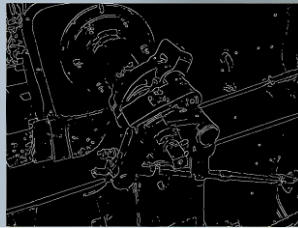
### 4. Konwersja obrazu na binarny

- Nie jest możliwe wyznaczenie jednej wartości progu na wartość gradientu, która pozwoli dokładnie odseparować krawędzie
- Stosuje się histerezę i dwa progi  $T_1$  i  $T_2$ ,  $T_1 < T_2$  na wartość gradientu
- Piksele o wartości gradientu większej niż  $T_2$  są od razu oznaczane jako krawędź
- Zaczynając od tych pikseli, krawędzie są śledzone (rysowane) wzdłuż kierunku gradientu tak długo, dopóki wartość gradientu znajduje się powyżej progu  $T_1$



## Detektor krawędzi Canny'ą

- Algorytm charakteryzuje się dwoma grupami parametrów:
  - dotyczących wygładzania – im silniejsze wygładzanie, tym lepsze usuwanie szumu ale jednocześnie większe niebezpieczeństwo nieznaalezienia cienkich krawędzi.
  - dotyczących śledzenia krawędzi: progi  $T_1$  i  $T_2$



## Plan wykładu

- Przetwarzanie obrazu
  - Wygładzanie obrazu
  - Obliczenie gradientu
  - Wykrywanie krawędzi
- Parametry obrazu
  - Histogram koloru
  - Parametry statystyczne
  - Parametry statystyczne wyznaczone w oparciu o macierz współwystępowania

## Histogram koloru

- Nie mylić z histogramem obrazu
- Histogram koloru jest zwykle 2D lub 3D i może być zdefiniowany w oparciu o dowolną przestrzeń kolorów, np. RGB

		red			
		0-63	64-127	128-191	192-255
blue	0-63	43	78	18	0
	64-127	45	67	33	2
	128-191	127	58	25	8
	192-255	140	47	47	13

- Szczególnie interesujące są histogramy 2D zdefiniowane w oparciu o przestrzeń chromatyczną rg (ang. rg chromaticity)

## Histogram koloru

- Przestrzeń chromatyczna rg nie zawiera informacji o intensywności poszczególnych składowych koloru, a jedynie informację o wielkości udziału poszczególnych składowych koloru w łącznej intensywności
- Konwersja z przestrzeni barw 3D RGB do przestrzeni chromatycznej 2D rg:

$$r = \frac{R}{R+G+B}$$

$$g = \frac{G}{R+G+B}$$

## Histogram koloru

- Reprezentacja obrazu w przestrzeni chromatycznej rg nie zależy od jego jasności, np.
  - $r = 1/3, g=1/3 \rightarrow b = 1/3$
  - nie sposób określić, czy piksel jest biały, szary czy czarny
- Zaleta: opis poruszającego się obiektu za pomocą histogramu koloru w przestrzeni chromatycznej rg nie zmienia się, nawet jeśli porusza się on w scenie o nierównomiernym oświetleniu.



## Plan wykładu

- Przetwarzanie obrazu
  - Wygładzanie obrazu
  - Obliczenie gradientu
  - Wykrywanie krawędzi
- Parametry obrazu
  - Histogram koloru
  - Parametry statystyczne
  - Parametry statystyczne wyznaczone w oparciu o macierz współwystępowania



## Parametry statystyczne obrazu

- Parametry statystyczne służą do opisywania określonych właściwości obrazu i dzielą się na:
  - momenty zwykłe
  - momenty centralne
  - momenty niezależne od skali
  - momenty Hu

## Momenty zwykłe

- Momenty zwykłe dane są zależnością:

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y x^i y^j I(x, y)$$

- Przykładowe właściwości obrazu wyznaczone na podstawie momentów zwykłych:
  - suma wartości pikseli (dla obrazów w odcieniach szarości) lub powierzchnia (dla obrazów binarnych):

$$M_{00}$$

- środek ciężkości:

$$\{\bar{x}, \bar{y}\} = \{M_{10}/M_{00}, M_{01}/M_{00}\}$$

## Momenty centralne

- Momenty centralne są niezależne od przesunięcia.
- Dane są zależnością:

$$\mu_{pq} = \sum_x \sum_y (x - \bar{x})^p (y - \bar{y})^q f(x, y) \quad \bar{x} = \frac{M_{10}}{M_{00}} \quad \bar{y} = \frac{M_{01}}{M_{00}}$$

- Na podstawie momentów centralnych można obliczyć np. orientację przestrzenną obrazu:

$$\Theta = \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2\mu'_{11}}{\mu'_{20} - \mu'_{02}} \right) \quad \begin{aligned} \mu'_{20} &= \mu_{20}/\mu_{00} = M_{20}/M_{00} - \bar{x}^2 \\ \mu'_{02} &= \mu_{02}/\mu_{00} = M_{02}/M_{00} - \bar{y}^2 \\ \mu'_{11} &= \mu_{11}/\mu_{00} = M_{11}/M_{00} - \bar{x}\bar{y} \end{aligned}$$

## Momenty niezależne od skali

- Grupa momentów statystycznych, które są niezależne od przesunięcia i skali (dla  $i + j \geq 2$ )

$$\eta_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{\mu_{00}^{(1 + \frac{i+j}{2})}}$$

## Momenty Hu

- Momenty statystyczne niezależne od przesunięcia, skali, obrotu i odbicia (z wyjątkiem  $I_7$ , gdzie odbicia lustrzane obrazu różnią się znakiem), co czyni je szczególnie przydatnymi w algorytmach decyzyjnych

$$\begin{aligned}I_1 &= \eta_{20} + \eta_{02} \\I_2 &= (\eta_{20} - \eta_{02})^2 + (2\eta_{11})^2 \\I_3 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})^2 + (3\eta_{21} - \eta_{03})^2 \\I_4 &= (\eta_{30} + \eta_{12})^2 + (\eta_{21} + \eta_{03})^2 \\I_5 &= (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] + \\&\quad (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] \\I_6 &= (\eta_{20} - \eta_{02})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2] + 4\eta_{11}(\eta_{30} + \eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03}) \\I_7 &= (3\eta_{21} - \eta_{03})(\eta_{30} + \eta_{12})[(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - 3(\eta_{21} + \eta_{03})^2] - \\&\quad (\eta_{30} - 3\eta_{12})(\eta_{21} + \eta_{03})[3(\eta_{30} + \eta_{12})^2 - (\eta_{21} + \eta_{03})^2].\end{aligned}$$

- Parametr  $I_7$  jest odpowiednikiem momentu bezwładności wokół środka ciężkości

## Plan wykładu

- Przetwarzanie obrazu
  - Wygładzanie obrazu
  - Obliczenie gradientu
  - Wykrywanie krawędzi
- Parametry obrazu
  - Histogram koloru
  - Parametry statystyczne
  - Parametry statystyczne wyznaczone w oparciu o macierz współwystępowania

## Macierz współwystępowania

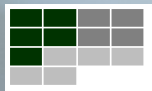
- Macierz współwystępowania (ang. co-occurrence matrix) zdefiniowana dla obrazu  $I$  o rozmiarach  $n \times m$  i dla przesunięcia  $(\Delta x, \Delta y)$  :

$$C(i, j) = \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^m \begin{cases} 1, & \text{gdy } I(p, q) = i \text{ oraz } I(p + \Delta x, q + \Delta y) = j \\ 0, & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

- Określa rozkład występowania poszczególnych par kolorów obrazu w określonej odległości przestrzennej
- Jest macierzą kwadratową, dla obrazu  $N$ -kolorowego ma rozmiary  $N \times N$
- Opisuje teksturę obiektu

## Macierz współwystępowania

- Przykładowa macierz współwystępowania dla 2-bitowego obrazka o wymiarze  $4 \times 4$  i przesunięcia  $(1, 0)$



0	0	1	1
0	0	1	1
0	2	2	2
2	2	3	3

		kolor piksela w sąsiedztwie			
		0	1	2	3
kolor piksela odniesienia	0	2	2	1	0
	1	0	2	0	0
	2	0	0	3	1
	3	0	0	0	1

- np.
  - dwukrotnie piksel o kolorze „0” ma po prawej stronie piksel o kolorze „1”
  - trzykrotnie piksel o kolorze „2” ma po prawej stronie piksel o kolorze „2”

## Macierz współwystępowania

- Macierz współwystępowania przekształca się w macierz symetryczną poprzez dodanie do niej jej transpozycji; odpowiada to dodaniu macierzy obliczonej dla przesunięcia symetrycznego względem punktu (0,0), np. (1,0) i (-1, 0)
- Symetryczna macierz współwystępowania jest identyczna dla przesunięć symetrycznych względem (0,0), czyli względem pewnego określonego kierunku.

0	0	1	1
0	0	1	1
0	2	2	2
2	2	3	3

 $\Rightarrow$ 

3	0	2	0
0	2	2	0
0	0	1	2
0	0	0	0

 $+$ 

3	0	0	0
0	2	0	0
2	2	1	0
0	0	2	0

 $=$ 

6	0	2	0
0	4	2	0
2	2	2	2
0	0	2	0

dla przesunięcia (0,1)    dla przesunięcia (0,-1)    macierz dla kierunku pionowego

## Macierz współwystępowania

- W ostatnim kroku macierz się normuje w celu uzyskania estymaty macierzy prawdopodobieństwa występowania każdej pary kolorów w określonej relacji przestrzennej
- Normalizacja macierzy polega na podzieleniu każdego jej elementu przez sumę elementów, np.

6	0	2	0
0	4	2	0
2	2	2	2
0	0	2	0

 $\rightarrow$ 

.250	0	.083	0
0	.167	.083	0
.083	.083	.083	.083
0	0	.083	0



## Parametry macierzy współwystępowania

- Parametry kontrastu – suma elementów macierzy współwystępowania  $P$  ważona ze względu na odległość od głównej przekątnej macierzy; wartości znajdujące się dalej od głównej przekątnej macierzy oznaczają prawdopodobieństwa wystąpienia w pobliżu siebie pikseli o większej różnicy koloru

- kontrast: 
$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (i-j)^2$$

- odmienność: 
$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} |i-j|$$

- jednorodność: 
$$\sum_{i,j=0}^{N-1} \frac{P_{i,j}}{1+(i-j)^2}$$

## Parametry macierzy współwystępowania

- Parametry uporządkowania – obliczane jako suma elementów macierzy współwystępowania  $P$  ważona w zależności o częstotliwości występowania poszczególnych elementów; obraz jest tym bardziej uporządkowany, im częściej występują w nim pewne stałe zależności między kolorami sąsiednich pikseli

- jednolitość (ang. ASM): 
$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j}^2$$

- energia: 
$$Energy = \sqrt{ASM}$$

- maksymalne prawdopodobieństwo

- entropia: 
$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (-\ln P_{i,j})$$

## Parametry macierzy współwystępowania

- Parametry statystyczne macierzy współwystępowania:
  - średnia bazująca na pikselach odniesienia  $i$  lub na pikselach sąsiedztwa  $j$  (dla macierzy symetrycznej – identyczne)

$$\mu_i = \sum_{i,j=0}^{N-1} i(P_{i,j}) \quad \mu_j = \sum_{i,j=0}^{N-1} j(P_{i,j})$$

- wariancja (odchylenie standardowe) bazująca na pikselach odniesienia  $i$  lub na pikselach sąsiedztwa  $j$  (dla macierzy symetrycznej – identyczne)

$$\sigma_i^2 = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (i - \mu_i)^2 \quad \sigma_j^2 = \sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} (j - \mu_j)^2$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2} \quad \sigma_j = \sqrt{\sigma_j^2}$$

## Parametry macierzy współwystępowania

- Parametry statystyczne macierzy współwystępowania:
  - korelacja – mierzy stopień liniowej zależności pomiędzy kolorami pikseli znajdującymi się w określonej relacji przestrzennej

$$\sum_{i,j=0}^{N-1} P_{i,j} \left[ \frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)}{\sqrt{(\sigma_i^2)(\sigma_j^2)}} \right]$$

- Parametry statystyczne macierzy współwystępowania nie są tożsame z analogicznymi parametrami wyznaczonymi bezpośrednio dla obrazka!